



# **Bestimmung des Mondabstandes durch Messung seines scheinbaren Durchmessers**

**Wettbewerb „Jugend forscht“ 2000**

**Andreas Henke (18 Jahre)**

**Wolfgang Koscielny (18 Jahre)**

**Karl Friedrich Dobberahn (17 Jahre)**

**Arbeitsgemeinschaft „Jugend Forscht“  
des Christian-Gymnasiums Hermannsburg**

**Leitung: StD Thomas Biedermann**



# **Inhaltsverzeichnis**

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>1</b>   | <b>Unendliche Weiten?</b>                    | <b>3</b>  |
| <b>2</b>   | <b>Der Mond</b>                              | <b>3</b>  |
| <b>2.1</b> | <b>Der Mond - die Fakten</b>                 | <b>4</b>  |
| <b>2.2</b> | <b>Einiges über die Mondbahn</b>             | <b>4</b>  |
| <b>2.3</b> | <b>Aufbau und Aussehen des Mondes</b>        | <b>5</b>  |
| <b>2.4</b> | <b>Entstehungsgeschichte des Mondes</b>      | <b>6</b>  |
| <b>2.5</b> | <b>Die Mondphasen</b>                        | <b>7</b>  |
| <b>3</b>   | <b>Fernrohrmessung</b>                       | <b>7</b>  |
| <b>3.1</b> | <b>Die Messidee</b>                          | <b>7</b>  |
| <b>3.2</b> | <b>Der mechanische Aufbau</b>                | <b>7</b>  |
| <b>3.3</b> | <b>Durchführung der Messung</b>              | <b>9</b>  |
| <b>4</b>   | <b>Photographische Entfernungsbestimmung</b> | <b>9</b>  |
| <b>4.1</b> | <b>Messmethode</b>                           | <b>9</b>  |
| <b>4.2</b> | <b>Verwendete Ausrüstung</b>                 | <b>9</b>  |
| <b>4.3</b> | <b>Vorgehensweise beim Photographieren:</b>  | <b>10</b> |
| <b>4.4</b> | <b>Gesetze der optischen Abbildung</b>       | <b>10</b> |
| <b>4.5</b> | <b>Eichung:</b>                              | <b>11</b> |
| <b>4.6</b> | <b>Messung</b>                               | <b>11</b> |
| <b>4.7</b> | <b>Berechnungen und Korrekturrechnung:</b>   | <b>11</b> |
| <b>4.8</b> | <b>Meßgenauigkeit und Fehlerkorrektur</b>    | <b>12</b> |
| <b>4.9</b> | <b>Auswertung</b>                            | <b>13</b> |
| <b>5</b>   | <b>Resumee und Ausblicke</b>                 | <b>14</b> |
| <b>6</b>   | <b>Literatur</b>                             | <b>14</b> |
| <b>7</b>   | <b>Herzlichen Dank an...</b>                 | <b>14</b> |



## 1 Unendliche Weiten?

„Der Mond ... unendliche Weiten. Unendlich? Bestimmt nicht! Aber wenn nicht, wie weit denn genau? Schließlich hat er schon im letzten Jahr bei der Sonnenfinsternis seinen Schatten auf uns geworfen.“

Das ungefähr waren die Gedankengänge, die zu unserem Projekt führten und uns von da an nicht mehr los ließen. Die mittlere Entfernung von der Erde zum Mond ist ja einschlägig bekannt und dokumentiert, aber interessiert man sich für die genaue aktuelle Entfernung, die man selbst im Moment der Betrachtung zum Mond hat, ist man auch nach der Lektüre von viel sachbezogenem Stoff noch so schlau wie eh zuvor.

Die Lösung offenbarte sich erst nach einigem Überlegen, als wir feststellten, dass der Mond, wenn er seinen Abstand zum Betrachter ändert, auch seine scheinbare Größe und damit seinen Sehwinkel verändert. Von nun an war es nur noch unsere Aufgabe ein Gerät zu konstruieren, mit dem wir die scheinbare Größenänderung mitverfolgen und auswerten können. Zwei Verfahren erwiesen sich hierbei als sinnvoll, wobei das erste aufgrund der einfachen technischen Machbarkeit schnellere und auswertbarere Ergebnisse lieferte.

Unser erster Einfall bestand darin, den Mond mit einer Kamera zu fotografieren und dann seine Größenänderung nachg einem Eichvorgang auszumessen. Diese Technik lief parallel zum anderen Ansatz. Dieser bestand darin, ein handelsübliches Teleskop so umzubauen, dass man damit den Durchmesser des entstehenden Mondbildes so genau wie möglich messen kann.

## 2 Der Mond

Der Mond ist unser nächster Nachbar am Himmel. Wenn man ihn beobachten will, reicht meistens schon ein normales Fernglas mit einer mittleren Vergrößerung, um ihn in seiner Schönheit und seinem Detailreichtum zu bewundern. Vielleicht ist es das, was schon seit ewigen Zeiten die Faszination an seinem Bild ausmacht. Schon die alten Griechen vertreten z.B. von Eratosthenes waren an ihm so interessiert, dass sie alles daran setzten, seine Entfernung zur Erde mit den einfachsten mathematischen Hilfsmitteln zu bestimmen. Für ihre damalige Technologiestufe hatten sie mit einem Ergebnis von ca. 200.000 Km sogar einen relativ guten Näherungswert. Doch auch bei anderen Kulturen wie zum Beispiel bei den Ägyptern war der Mond ein Kultobjekt und Gegenstand vieler Sagen und Mythen. Sie sollen, obwohl die Wissenschaft sich darin noch uneinig ist, möglicherweise die ersten gewesen sein, die einen erstaunlich genauen Mondkalender entwarfen und ihre Feste nach ihm ausrichteten.

Eines aber ist ihnen allen gemein: Sie gingen davon aus, dass der Mond eine perfekte Kreisbahn um die Erde beschreibt. Das ist, wie wir spätestens aus dem Physikunterricht der Mittelstufe wissen, eine Fehlannahme. Um es nicht bei dieser Feststellung allein zu belassen sind im Folgenden einige Fakten über den Mond zusammengetragen.



## 2.1 Der Mond - die Fakten

|                                    |                               |  |
|------------------------------------|-------------------------------|--|
| Entfernung von der Erde            |                               |  |
| mittlere                           | größte (Apogäum)              | kleinste (Perigäum)  |
| 384403 km                          | 406740 km                     | 356410 km  |
| Alter                              |                               | 4,6 Milliarden Jahre   |
| Durchschnittsbahngeschwindigkeit   |                               | 3700 km/h  |
| Bahnneigung gegen Ekliptik         |                               | 5° 9'  |
| Umlaufzeit um die Erde             |                               |  |
| siderische                         | 27 Tage 7 Stunden 43 Minuten  |  |
| synodische                         | 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten |  |
| Albedo (Reflexionsvermögen)        |                               | 7% des auftreffenden Sonnenlichts                              |
| Fallbeschleunigung                 |                               | 1,62 m/s <sup>2</sup>  |
| Fluchtgeschwindigkeit auf dem Mond |                               | 2,38 km/s  |
| Radius                             |                               | 1738 km  |
| Masse                              |                               | 0,07349*10 <sup>24</sup> kg = 1/81 der Erdmasse                |
| Volumen                            |                               | 2,1973*10 <sup>10</sup> km <sup>3</sup> = 1/50 des Erdvolumens |
| Mittlere Dichte                    |                               | 3340 kg/m <sup>3</sup>   |
| Temperatur am Äquator              |                               |  |
| tagsüber                           | ca. 127° C                    |  |
| nachts                             | ca. -173° C                   |  |

## 2.2 Einiges über die Mondbahn

Wie oben schon erwähnt, ist die Mondbahn keineswegs als Kreis, sondern angenähert eher als Ellipse zu sehen. Infolgedessen nähert sich der Mond der Erde bis auf 356410 km, kann sich aber auch bis auf 406740 km von ihr entfernen. Experten zufolge hat das nur wenig damit zu tun, dass sich Erde und Mond um einen gemeinsamen Schwerpunkt drehen, der ca. 0,73 Erdradien, das bedeutet ca. 4650,86 km vom Erdmittelpunkt entfernt ist. Viel eher soll es daran liegen, dass sich im Laufe der Jahrtausenden, in denen die Sonne, der Mond und die anderen Planeten schon existieren, die gegenseitigen gravitatorischen Einflüsse so aufsummiert haben, dass sich eine in Richtung Ellipse tendierende Bahnform ausgebildet hat.

Dies ist aber noch nicht die einzige Besonderheit, die der Mond zu bieten hat. Er wendet uns nämlich schon seit langer Zeit nur seine "Schokoladenseite" zu, auf jeden Fall aber immer die gleiche Seite. Man nennt dies gebundene Rotation und ist darauf zurückzuführen, dass seit der Entstehung des Mondes durch innere Reibung seine Achsendrehung auf die Rotationsbewegung um die Erde abgebremst und synchronisiert wurde, was den oben beschriebenen Effekt zur Folge hat.



Die nächste Eigenschaft des Mondes ist, dass seine Bahn gegen die Bahnebene der Erde (Ekliptik) um ungefähr  $5,1^\circ$  geneigt ist. Dies zeigt die Abbildung XX. Die Punkte, an denen er die Ekliptik durchläuft, nennt man auf- beziehungsweise absteigende Knotenpunkte. Diese verändern fortwährend ihre Position bezogen auf die Erde, was auch erklärt, warum der Mond nicht immer in der gleichen Höhe am Himmel zu sehen ist.

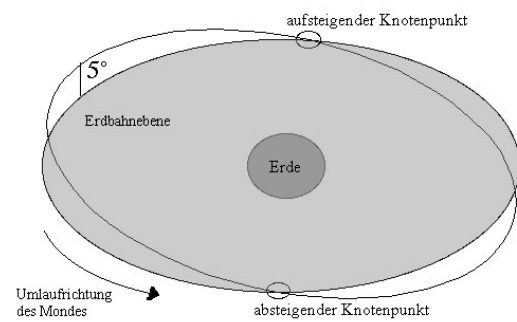


Abb. 1: Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik

## 2.3 Aufbau und Aussehen des Mondes

Man kann beim Aufbau des Mondes mehrere Schichten unterscheiden: Außen befindet sich eine ca. 60 km dicke, starre Kruste, danach folgt bis in die Tiefe von 1000 km ein starrer Mantel aus schwerem Silikatgestein. Der Kern des Mondes dagegen ist teilweise flüssig.

Auf dem Mond gibt es zwei ganz verschiedene Landschaftstypen, die hellen Hochebenen (Highlands) und die dunklen „Meere“ (Mare), welche man schon mit bloßem Auge erkennt. Beide sind mit Gesteinen bedeckt, die man am ehesten mit den irdischen Basalten vergleichen kann. Die dunklen Mare-Basalte entsprechen in etwa der irdischen Lava, wie sie besonders aus den Tiefseerücken austritt, doch gibt es deutliche Unterschiede in der Zusammensetzung. So enthalten die Gesteine aus den Mondmeeren im Durchschnitt weniger Silizium und Aluminium, aber mehr Eisen, Titan und Magnesium als die irdische Lava. In den Hochlandgesteinen fanden die Chemiker mehr Aluminium und Kalzium, aber weniger Eisen und Titan als in den Mare-Basalten. Übrigens kommen die Hochlandgesteine in kleinen Mengen auch in den Meeren vor. Sie wurden durch Meteoriteneinschläge dorthin geschleudert. Durch dieses dauernde Bombardement großer und kleiner Meteorite wurde das Mondgestein immer wieder zerstampft, vermischt, geschmolzen oder verdampft. Die glasartigen Teile dieses gemarterten Gesteins sind es, die die charakteristischen sternförmigen Strukturen um die Krater ausbilden, die sich in manchen Fällen über mehrere hundert Kilometer erstrecken und bei günstiger Sonneneinstrahlung in verschiedenen Farbabstufungen leuchten.

Daneben wird es häufig zu Brekzien, also Mischgesteinen, zusammengebacken. Besonders in den Hochländern findet man solche Brekzien. Die einschlagenden Meteorite zertrümmerten das Mondgestein also nach und nach völlig, und es bildete sich der typische schotterartige, staubige Regolithboden, in dem die Astronauten ihre Fußspuren hinterließen. So sehr sich die Mondlandschaften und Mondgesteine jedoch von den irdischen Verhältnissen unterscheiden, man findet auf dem Erdtrabanten die gleichen chemischen Grundstoffe wie auf der Erde, dem Mars und in den Meteoriten.

Um noch einmal auf die Krater zurückzukommen: Allein auf der Vorderseite des Mondes kann man mit großen Fernrohren rund 30 000 von ihnen beobachten. Die größten haben einen Durchmesser von über 250 km, die kleinsten, die man von der Erde aus noch sehen kann, sind rund 400 Meter groß. Die Astronauten haben noch gewaltige Mengen an viel kleineren Kratern entdeckt. Wir wissen heute, daß fast alle Mondkrater durch den Einschlag großer und kleiner Brocken aus dem All, sogenannter



Meteorite, entstanden sind, die meisten schon vor rund 4 Milliarden Jahren.

Während auf der Mondvorderseite die Meere sofort auffallen, findet man auf der erdabgewandten Seite nur helle Kraterlandschaften. Man unterscheidet 3 Arten von Kraterformationen: Die kleinen Krater mit Durchmessern bis 20 km, die Ringgebirge (20 bis 100 km) und die Wallebenen (über 100 km). Viele Krater haben sogenannte Zentralberge. Die Wälle großer Krater erheben sich oft 3000-4000 Meter, in Ausnahmefällen auch bis zu 10 000 Meter über die innere Ebene. Da der Mond keine aktiven Vulkane, kein Wasser und keine Luft, also auch keinen Regen oder Sturm hat, bleiben die Krater jahrmilliardenlang fast unverändert erhalten, während auf der Erde eine einmal gebildete Landschaft sehr rasch - innerhalb weniger Jahrzehntausende - erodiert.

## 2.4 Entstehungsgeschichte des Mondes

Darüber, wie der Mond eigentlich entstanden ist, gibt es verschiedene Theorien. Nach Untersuchungen des Mondgesteins, das um 1970 von den Mondexpeditionen mitgebracht wurde, gilt folgende Theorie als am wahrscheinlichsten:

Vor mehr als vier Milliarden Jahren wurde die Erde von einem großen Planetoiden oder Meteor getroffen. Durch den ungeheuren Aufprall wurden Teile der Erde und des Planetoiden in eine Umlaufbahn geschleudert, wo sie sich vereinigten und den Mond bildeten.

Die "normale" Entstehungsgeschichte eines Mondes, wie sie vor allem die großen Planeten umkreisen, wird er höchstwahrscheinlich nicht durchgemacht haben. Als Begründung dafür wird angebracht, dass die Erde mit ihrem Schwerfeld in all der Zeit ihrer Existenz es nicht geschafft hätte, eine Akkretionsscheibe zu bilden, um eine hinreichend große Masse in einer Umlaufbahn einzufangen. Der größte Jupitermond hat zum Beispiel nur 4% des Jupiterdurchmessers, ist aber fast halb so groß wie die Erde, der größere der beiden Marsmonde ist dagegen nur ein Felsbrocken von 27 km Länge.

Die untenstehende Tabelle soll noch einmal Aufschluss über einige Einzelheiten in der Entstehungsgeschichte geben.

| <b>Zeit</b>     | <b>Entwicklung / Ereignis</b>  |
|-----------------|--|
| 4,6 Mrd.        | Entstehung des Mondes ( <i>Entstehungstheorie: siehe oben</i> )  |
| 4,6 – 4,4 Mrd.  | Aufschmelzen der Kruste oder komplettes Aufschmelzen<br>Bildung eines Magmaozeans  |
| 4,4, - 3,8 Mrd. | Phase starken Bombardements  |
| ca. 3,9 Mrd.    | Imbrium Impakt   |
| 3,8 Mrd.        | Orientalis Impakt  |
| 3,8 – 2,5 Mrd.  | Extrusion der Mare-Basalte Bildung von Becken und Rücken aufgrund des hohen Auflastdrucks der Basalte auf der Kruste mit geringer Dichte |
| 3,8 - heute     | Post-Mare Bombardement (Kometen und Asteroiden)  |

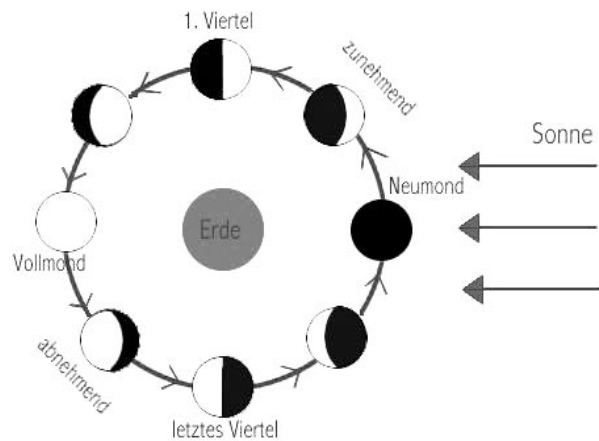


## 2.5 Die Mondphasen

Unter dem Begriff „Mondphasen“ versteht man die von der Erde aus gesehenen verschiedenen Lichtgestalten des Mondes, die durch wechselnde Stellung von Mond, Sonne und Erde zueinander entstehen. Die Gesamtheit aller Mondphasen nennt man Lunation.

Die Mondphasen kommen daher zustande, daß Teile der gerade sonnenbeschienenen Mondhälfte der Erde zugewandt sind und das Licht der Sonne in Richtung des beobachtenden Erdbewohners reflektiert wird. So liegt bei Neumond die erdabgewandte Seite des Mondes im Sonnenlicht, bei Vollmond dagegen liegt die sichtbare Hälfte im Licht der Sonne (siehe Grafik).

Wäre die Mondbahn nicht um ca.  $5,1^\circ$  geneigt, würde bei jedem Umlauf des Mondes um die Erde eine Mondfinsternis auftreten. Nach einem Mondmonat (lunarer Monat) wiederholt sich der Zyklus.



Mond, wie man ihn von der Erde aus sieht

Abb. 2: Entstehung der Mondphasen

## 3 Fernrohrmessung

### 3.1 Die Messidee

In einem Fernrohr wird durch die Objektivlinse ein reelles Bild des Mondes erzeugt, das in der einfachen Brennweite des Objektivs entsteht und durch ein Okular vergrößert betrachtet wird. Je größer die Brennweite ist, desto größer ist das entstehende Bild. Wir hatten nun die Idee, am Ort dieses Zwischenbildes eine Messskala einzubauen, die es uns gestattet, die Größe des Bildes auszumessen und anhand der Gesetze für die Linsenabbildungen daraus die Gegenstandsweite, also die Entfernung des Mondes auszurechnen. Die hierbei anzuwendenden Gesetzmäßigkeiten werden im Zusammenhang mit der zweiten von uns verwendeten Methode (Photoapparat) beschrieben. Dazu haben wir uns ein preisgünstiges Fernrohr (Linsenteleskop) gekauft und unseren Anforderungen entsprechend umgebaut.

### 3.2 Der mechanische Aufbau

Der Hauptteil der Apparatur besteht aus einem handelsüblichen Teleskop. Der anfangs sehr instabile Aufbau wurde soweit wie möglich stabilisiert, denn wenn man das Teleskop vorher nur berührte, wackelte es zu sehr, um den Monddurchmesser noch genau genug ermitteln zu können. Zwei Motoren wurden so an das Teleskop montiert, dass man es zum Nachführen nicht mehr berühren muss und es dadurch nicht mehr zu Verwacklungen kommen kann. Einer der Motoren ist so angebracht, dass man mit ihm das Teleskop von horizontal bewegen kann, und zwar so langsam, dass man kaum wahrnimmt, dass es sich bewegt. Der zweite Motor ist an der Seite des Teleskops angebracht. Mit ihm kann man das Teleskop auf gleiche Weise in vertikaler Richtung bewegen. Zwei Endschalter verhindern, dass sich das Teleskop um mehr als  $200^\circ$  um die eigene Achse dreht, da sonst mechani-



sche Beschädigungen an der Fernrohraufhängung entstehen könnten.

Um den Mond so genau wie nur möglich anvisieren und vermessen zu können, haben wir das Teleskop noch in anderen Komponenten verändert oder ergänzt. Anstelle des mitgelieferten Okulars verwenden wir ein Weitwinkel-Objektiv eines Fotoapparates mit einem selbstgebauten Adapter. Dieses Objektiv hat einen größeren Sehwinkel als das mitgelieferte Okular, mit dem wir auch bei kleinster Vergrößerung den Mond nicht mehr vollständig in seinem Umfang sehen konnten. Der Adapter hat außerdem den Vorteil, dass nun der Brennpunkt besser zugänglich ist, denn an diesen müssen wir heran, um eine Messvorrichtung einbauen zu können.

Den Adapter stellt ein Abflussrohr dar, das einen Innendurchmesser von 41 mm hat und 7 cm hoch ist. In diesem Abflussrohr ist ein Plexiglasring eingesetzt. Dieser hat zwei 2 mm Bohrungen für zwei Achsen. An diesen Achsen, die sich im Inneren der Rohres befinden, werden 2 Hebel von je einem Zentimeter angeschraubt, mit denen man dann den Durchmesser des im Adapter erzeugten Bildes ermitteln kann. Diese Hebel im Inneren des Adapters bestehen aus zwei je einen Zentimeter langen Platinenstückchen. Die Platinenstückchen sind zwei Rechtecke mit den Maßen 1x1 cm. An einer der Seiten haben wir eine Kerbe hineingesägt, über die ein dünner Draht gespannt ist. Die Kanten der Drähte werden dann über die Mechanik an die sichtbaren Seiten des Mondes herangefahren.

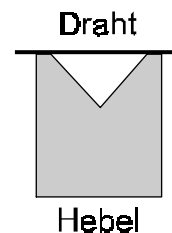


Abb. 3: Messfaden

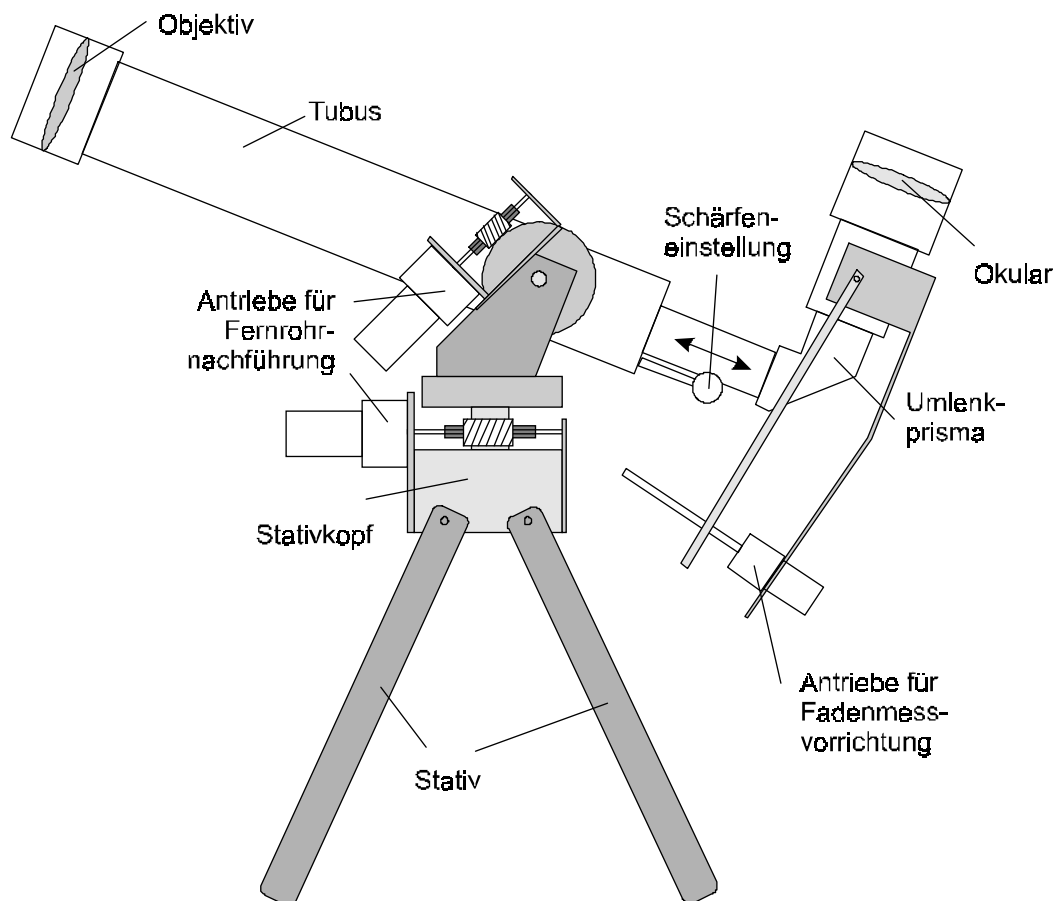


Abb. 4: Der mechanische Aufbau unseres Teleskops mit seinen Erweiterungen





Außerhalb des Rohres wurde an jede der Achsen eine Stange von ca. 20 cm Länge geschraubt. Jede dieser Stangen hat am unteren Ende eine Bohrung mit einem 3 mm Gewinde. Von einem Motor, an dem eine Gewindestange flexibel befestigt ist, kann diese dann vor und zurück geschwenkt werden, d.h. die Stangen entfernen oder nähern sich dem Motor je nach Drehrichtung der Gewindestange. Mit diesem Aufbau können die beiden Hebel im Inneren des Adapters an den Mond heran- oder weggefahren werden. Die beiden dazu nötigen Motoren sind an einem Blech befestigt, welches selbst an dem Adapter fixiert ist.

### **3.3 Durchführung der Messung**

Mit dem Fernrohr wird der Mond anvisiert, indem man es mit den beiden Fahrmotoren auf den Mond ausrichtet. Er muss sich letztendlich möglichst in der Mitte des im Okular sichtbaren Gesichtsfeldes befinden. Dann werden mit den beiden Messmotoren die Fäden der Messeinrichtung an die Ränder des Mondes gefahren und ihre Position an den äußeren langen Hebelarmen abgelesen. Der Fahrbereich der langen Enden der Hebel beträgt das 20-fache des Messfadens, eine Ablesegenauigkeit von 0,5 mm hier bedeutet eine theoretische Messgenauigkeit an den Fäden von 0,0025 mm bei einer auszumessenden Strecke von ca. 6 mm (Bildgröße des Mondes). Leider hatten wir bis zur Fertigstellung der schriftlichen Arbeit noch keine Gelegenheit, das Fernrohr und seine Messmöglichkeiten zu testen.

## **4 Photographische Entfernungsbestimmung**

### **4.1 Messmethode**

Photographiert man ein Objekt mit einer bestimmten Brennweite, so ist die Größe des auf dem Film entstehenden Bildes abhängig von der Größe des photographierten Objektes und dem Abstand zwischen Objekt und Kamera. Die reale Größe des Mondes ist konstant, so dass bei gleicher Brennweite die Bildgröße allein durch den Abstand des Mondes bestimmt wird. Unsere Idee besteht nun darin, durch eine Bildserie über mehrere Monate zu untersuchen, in welcher Größe der Mond abgebildet wird und daraus Rückschlüsse auf seine jeweilige Entfernung zu ziehen.

### **4.2 Verwendete Ausrüstung**

Als Kamera benutze ich eine Olympus OM 10 Kleinbild-Spiegelreflex mit einem Zoomobjektiv Soligor 60-300 f/4,5,6-22 Linsenteleobjektiv und zur Verdoppelung der Brennweite einen Makinon 2x Telekonverter. Die Kamera wurde auf ein modifiziertes Slik Dreibeinstativ montiert und mit einem Hochformatwinkel senkrecht ausgerichtet. Um ein erschütterungsfreies Auslösen des Verschlusses zu erreichen, benutze ich einen pneumatischen Fernauslöser. Für die Aufnahmen verwende ich als Film: den Ilford FP4 Plus 125 (schwarz-weiß), der eine sehr geringe Korngröße aufweist und somit hohe nachträgliche Vergrößerungen zuläßt.

Die Kamera ist mit einer Belichtungsautomatik ausgestattet. Das stabile Stativ und der pneumatische Fernauslöser verhindern Verwacklungen, wodurch die Schärfe und damit die Messgenauigkeit erhöht werden. Durch den Einsatz des Konverters gehen zwei Blendenstufen verloren, dafür verdoppelt sich



die Brennweite und damit die erzielbare Bildgröße - so werden aus 300 mm Brennweite 600 mm - die Blendenstufe 5,6 entspricht dann der Blendenstufe 11.

### 4.3 Vorgehensweise beim Photographieren:

Aufgrund der geringen Lichtstärke, besonders beim Einsatz des Telekonverters, habe ich zu Beginn hohe Belichtungszeiten verwendet. Nachdem der erste Film entwickelt worden war, stellte sich jedoch heraus, daß sich der Mond während der Belichtungszeit von 1s - 5s auf seiner Bahn erkennbar weiterbewegt hat, wodurch Randunschärfen in Bewegungsrichtung entstanden sind. Außerdem war der Mond selbst auf den meisten Bildern durch Überbelichtung etwas überstrahlt. Deswegen habe ich bei dem zweiten Film die Belichtungszeiten kürzer gewählt. Der Mond hebt sich von dem dunklen Nachthimmel noch ausreichend ab, dass nach meiner Erfahrung aus dem ersten Film auch Belichtungszeiten von unter 1s ausreichen. Zusätzlich habe ich die Blende ganz geschlossen (Blende 22), um Abbildungsfehler und damit verbundene Unschärfen der Teleoptik zu verringern. Die kürzere Belichtungszeit erzeugt geringere Unschärfen in Bewegungsrichtung des Mondes.

### 4.4 Gesetze der optischen Abbildung

Die Bestimmung der Entfernung zwischen Erde und Mond mit Hilfe der photographischen Methode beruht darauf, daß sich der scheinbare Durchmesser des Mondes verändert, wenn er den Abstand zur Erde verändert. Auf den Photos kann man diesen Durchmesser des Mondes bestimmen.

Für die Bestimmung des Abbildungsmaßstabes gilt:

$$\chi = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (1)$$

Darin sind:      B Bildgröße                                      b Bildweite  
                      G Gegenstandsgröße                      g Gegenstandsweite  
                      c Abbildungsmaßstab                          f Brennweite

Nach dem Abbildungsgesetz gilt die Beziehung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (2)$$

Wenn man die Größe und Entfernung zu einem Gegenstand auf der Erde kennt, kann man auf die Entfernung zum Mond schließen, wenn man seinen Durchmesser als bekannt voraussetzt. Dann ergibt sich für die Entfernung zum Mond:

$$g = b \cdot \frac{G}{B} \quad (3)$$

Für die Eichung müssen wir außerdem berücksichtigen, dass das Bild bei einem nicht sehr weit entfernten Objekt nicht genau in der einfachen Brennweite f, sondern etwas „dahinter“ entsteht. Dafür ist allerdings die Gegenstandsweite bekannt. Hier gilt:

$$b = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{g}} \quad (4)$$



setzt man dies in (3) ein, so erhält man

$$g = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{g}} \cdot \frac{G}{B} \quad (5)$$

Man sieht, dass bei Gegenstandsweiten  $g$ , die sehr groß sind gegen  $f$ , diese Gleichung übergeht in

$$g = f \cdot \frac{G}{B} \quad (6)$$

In dieser Gleichung sind alle Größen auf der rechten Seite bekannt oder können auf dem Negativ gemessen werden. Somit kann der Mondabstand  $g$  mit dieser Methode bestimmt werden.

#### **4.5 Eichung:**

Zur Eichmessung wird ein Gegenstand bekannter Größe und bekanntem Abstand verwendet. Um vergleichbare Bildgrößen zu bekommen, verwende ich dazu ein Straßenschild, das bei einer bestimmten Entfernung etwa die gleiche scheinbare Größe wie der Mond aufweist. Bei einer mittleren Mondentfernung von  $3,844 \cdot 10^8$  m und einem Monddurchmesser von  $3,476 \cdot 10^6$  m ergibt sich auf dem Negativ unter einem Sehwinkel von  $31,09'$  eine Bildgröße von  $5,4256 \cdot 10^{-3}$  m, also etwa 5,4 mm. Ein Tempo 30 Schild hat eine Gegenstandsgröße von 0,57 m. Eine Bildgröße von  $5,4256 \cdot 10^{-3}$  m ergibt sich bei einer Gegenstandsweite von 63,73 m. Da ich für diese Weite die Bildgröße genau kenne, kann ich bei der Vergrößerung der Negative den Vergrößerungsfaktor feststellen. Dieser ergab bei einer Größe des Verkehrsschildes auf dem Positiv von  $\bar{x} = 54,94$  mm einen Wert von 10,126. Da ich alle weiteren Bilder mit diesem konstanten Faktor vergrößert habe, kann ich nun von dem Durchmesser des Mondes auf dem Positiv auf den Durchmesser auf dem Negativ schließen.

#### **4.6 Messung**

Für die Vermessung der Photos habe ich folgende Methode angewendet:

Ich habe die Bilder herausgesucht, die die geringsten Randunschärfen aufwiesen. Dann habe ich die Stellen gesucht, die auf Grund der Randunschärfe die Bewegungsrichtung des Mondes während der Aufnahme kennzeichnen und eine dazu senkrechte Linie als Messlinie angenommen. Dann habe ich mit einem Meßschieber zehn unabhängige Messungen des Durchmessers längs dieser Linie vorgenommen. Es stellte sich heraus, daß es wichtig war, die Messungen von einer Person und mit immer dem gleichen Meßschieber zu machen, da ansonsten die Werte deutlich abwichen.

Den mittleren Monddurchmesser auf dem Negativ erhält man nun, indem man den größten und den kleinsten Wert der Messungen streicht und von den übrigen Werten das arithmetische Mittel bildet; dies teilt man durch den Vergrößerungsfaktor, den man durch die Eichmessung festgestellt hat und erhält somit die tatsächliche Bildgröße auf dem Negativ des Filmes.

#### **4.7 Berechnungen und Korrekturrechnung:**

Mit der so bestimmten Bildgröße  $B$  kann man nun die Entfernung zum Mond nach Glg. (6) berechnen. Für die Gegenstandsgröße  $G$  verwendet man den Literaturwert von  $3,476 \cdot 10^6$  m. Die so gemessene Gegenstandsweite  $g$  entspricht dann aber erst der Weite vom Kamerastandpunkt bis zum Mond. In



der Literatur wird jedoch die Entfernung vom Erdmittelpunkt bis zum Mondmittelpunkt angegeben. Deswegen weicht der errechnete Wert um eine Strecke ab, der von dem Erdradius und dem Beobachtungswinkel abhängt, in dem der Mond über dem Horizont steht (Elevation). Zur Korrektur addiert man eine Strecke, die sich dadurch ergibt, daß man das Lot von seinem Standpunkt auf die Verbindungsstrecke der Mittelpunkte von Erde und Mond fällt. Die tatsächliche Mondentfernung ergibt sich aus dem Kosinussatz für ebene Dreiecke, denn es sind zwei Strecken und der eingeschlossene Winkel eines nicht rechtwinkligen Dreiecks bekannt:

$$g_t^2 = r_E^2 + g^2 - 2 \cdot r_E \cdot g \cdot \cos(\alpha)$$

Darin sind  $r_E$  Erdradius  $g_t$  tatsächliche Mondentfernung  $\alpha$  Elevation

#### 4.8 Meßgenauigkeit und Fehlerkorrektur

Eine Messung ist die empirische Bestimmung des tatsächlichen Größenwertes einer physikalischen Größe. Messen heißt vergleichen. Ein Merkmal wird mit einem quantitativ bekannten Merkmal [Maßstab] derselben Größe verglichen und zahlenmäßig bestimmt.

Jede Messung ist mit systematischen und zufälligen Fehlern behaftet.

- systematische Fehler: - Ungenauigkeit der Meßapparatur
- zufällige Fehler, z.B.: - Temperaturschwankungen
- mechanische Erschütterungen
- elektrische, magnetische Störfelder
- Ablesegenauigkeit

Zum Beheben der zufälligen Fehler stellt man eine Meßreihe mit n unabhängigen Messungen auf und bildet das arithmetische Mittel:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_1^n x_i \quad (7)$$

Mit Hilfe der zufälligen Abweichung der Einzelwerte vom Mittelwert, kann man die Genauigkeit der Messung beurteilen. Dazu dient der mittlere (quadratische) Fehler oder die Standardabweichung:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (8)$$

Für die Beurteilung einer Messung, ist der relative bzw. prozentuale Fehler anschaulicher, er wird berechnet nach  $\frac{\Delta x}{\bar{x}}$  und in Prozent angegeben. [Quelle: "Metzler Physik", S.28]

Bei der photographischen Methode zur Entfernungsmessung bis zum Mond können verschiedene Fehler auftreten. So muß man darauf achten, daß während des Photographierens das Zoom-Objektiv nicht verrutscht (nicht korrigierbarer Fehler). Beim Messen mit dem Meßschieber können Ungenauigkeiten auftreten, diese sind in Grenzen durch Mittelwertbildung korrigierbar. Es gab aber zum Beispiel auch ein Photo, auf dem der Vollmond wegen einer zu langen Belichtungszeit ellipsenförmig



auseinandergezogen war. Der Wert für diese Messung fällt völlig aus allen anderen Werten und den Literaturwerten heraus. Hier kann man lediglich versuchen, die Punkte höchster Schärfe zu suchen und dort den Durchmesser zu erfassen, oder man muss dieses Bild aus der Auswertung herauslassen.

#### 4.9 Auswertung

Die Abbildung xx zeigt eines der Photos meiner Auswertung. Der Mittelwert des Monddurchmessers beträgt hier 55,44 mm. Mit dem Vergrößerungsfaktor  $\chi = 10,126$  ergibt sich eine Bildgröße auf dem Negativ von 5,475 mm. Glg. (6) liefert daraus einen Mondabstand von  $3,814 \cdot 10^8$  m. Die Korrektur auf Grund des Elevationswinkels von  $13^\circ$  beträgt  $0,015 \cdot 10^8$  m und muss noch addiert werden. damit ergibt sich für den Abstand der Mittelpunkte von Mond und Erde ein Wert von  $3,829 \cdot 10^8$  m.

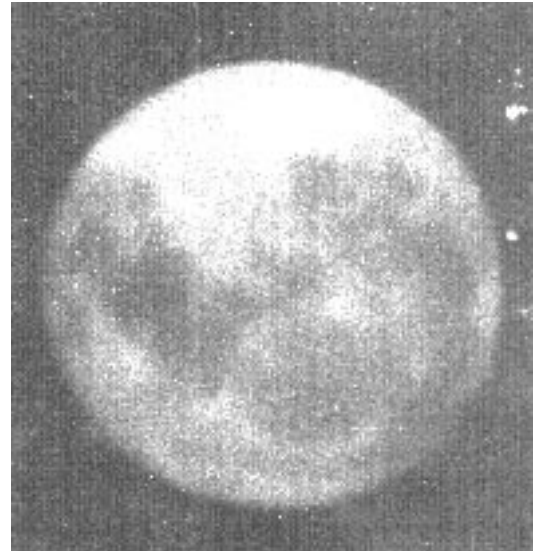


Abb. xx: Positivabzug eines Photos

Die Ergebnisse der einzelnen Photos sind im Diagramm 1 zusammengestellt. Insgesamt habe ich in einem Zeitraum von 34 Tagen 5 Aufnahmeserien gemacht. Zwischen dem 7. und dem 28. Tag war der Himmel die meiste Zeit bewölkt, so daß sich kaum Möglichkeiten boten, den Mond zu photographieren. Dies führte dazu, daß sich bei einer Ausgleichskurve für diesen Zeitraum ein ungewöhnlich langer Anstieg ergibt. Auf dem Photo vom 20.12.1999 war der Mond aufgrund seiner Bewegung nur als Elipse zu erkennen, was die Messungen erheblich erschwerte. Diese Messung fällt auch deutlich aus allen anderen gemessenen Werten und den Literaturwerten heraus.

Die Anzahl der Photos ist noch zu gering, als dass eine eindeutige Aussage über den tatsächlichen Bahnverlauf gemacht werden könnte. Insbesondere das Fehlen von Werten in einem längeren Zeitraum wirkt sich hier

sehr ungünstig aus. Zu diesem Zeitpunkt können wir lediglich Aussagen darüber machen, dass sich der Mondabstand ändert, aber eine bestimmte Gesetzmäßigkeit läßt sich daraus noch nicht ableiten. Hierzu wären regelmäßige Aufnahmen über einen deutlich längeren Zeitabschnitt notwendig.

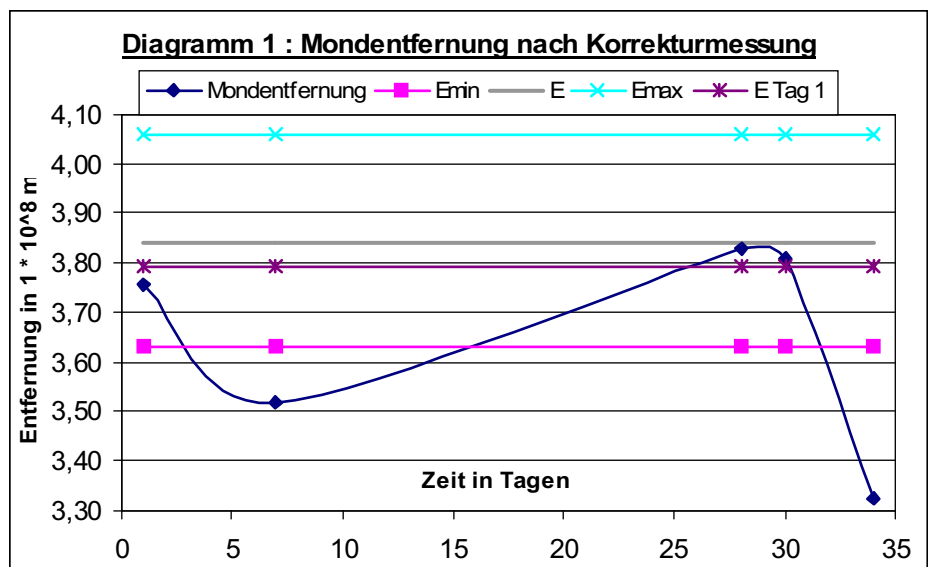


Diagramm 1: Auswertung der Mondphotos



## **5 Resumee und Ausblicke**

Wie so häufig bei unseren Jugend-forscht-Projekten ist uns auch diesmal die Zeit weggelaufen. Besonders der Umbau des Fernrohres hat erheblich länger gedauert als geplant und zwischenzeitlich Probleme aufgeworfen, mit denen wir nicht gerechnet hatten. Z.B. erwiesen sich die ersten von uns eingesetzten Getriebemotoren für die Nachführung des Teleskops als zu leistungsschwach und wir mussten die gesamte Halterung noch ein zweites Mal bauen. Die Feinmechanik für die Messfäden war ebenfalls sehr zeitintensiv, da hier kleinste Strukturen mit normalen Werkstattmitteln bearbeitet werden mussten. Damit war es uns nicht mehr möglich, rechtzeitig vor Fertigstellung dieser schriftlichen Arbeit noch das Teleskop zu erproben, hoffen aber, dies bis zum Wettbewerb nachholen zu können.

Ganz andere Probleme bereitete die zweite Messmethode mit der Kamera. Hier war zwar nichts zu bauen, aber der Mond lässt sich leider nur dann photographieren, wenn er zu sehen ist - aber entweder war gerade Neumond, oder er wurde von dichten Woklendecken verborgen. Auch tagsüber ist eine auswertbare Aufnahme ohne zusätzliche Tricks - die uns nicht zur Verfügung standen - nicht möglich, da der Kontrast zum umgebenden Himmel zu gering ist.

Die Auswertung der Aufnahmen des ersten Filmes lassen aber erwarten, das zumindest bei den weiteren Aufnahmeserien die Bildqualität noch deutlich gesteigert werden kann.

Obwohl im Internet einige allgemeine Informationen zur Mondbahn zu finden waren, konnten wir nichts hinreichend konkrete finden, das eine nachträgliche, unsere Messergebnisse verifizierende Berechnung ermöglicht hätte. Und auch die von uns zu Rate gezogene Literatur enthielt keine hinreichend konkreten Angaben darüber (bis auf die eher allgemeineren Aussagen, die wir im 2. Kapitel zusammengestellt haben).

## **6 Literatur**

- [1] J. Grehn e.a.: Metzler Physik, Schroedel-Verlag, Hannover 1992
- [2] Website der „Astronomical Applications Department, U.S. Naval Observatory“

## **7 Herzlichen Dank an...**

Wie immer gilt unser größter Dank der Familie Biedermann, allen voran unserem Betreuinglehrer Thomas Biedermann.

Er hat uns in allen Fragen, Problemen und Nöten mit einer unendlichen Geduld beigestanden und ein nicht unbeträchtlicher Anteil unserer Arbeit wäre ohne ihn nicht möglich gewesen.

Zusätzlich und in besonderer Weise möchten wir uns natürlich bei unserem Förderkreis bedanken, der uns auch diesmal mit finanziellen Mitteln ermöglicht hat, was bei privater Finanzierung nicht möglich gewesen wäre.