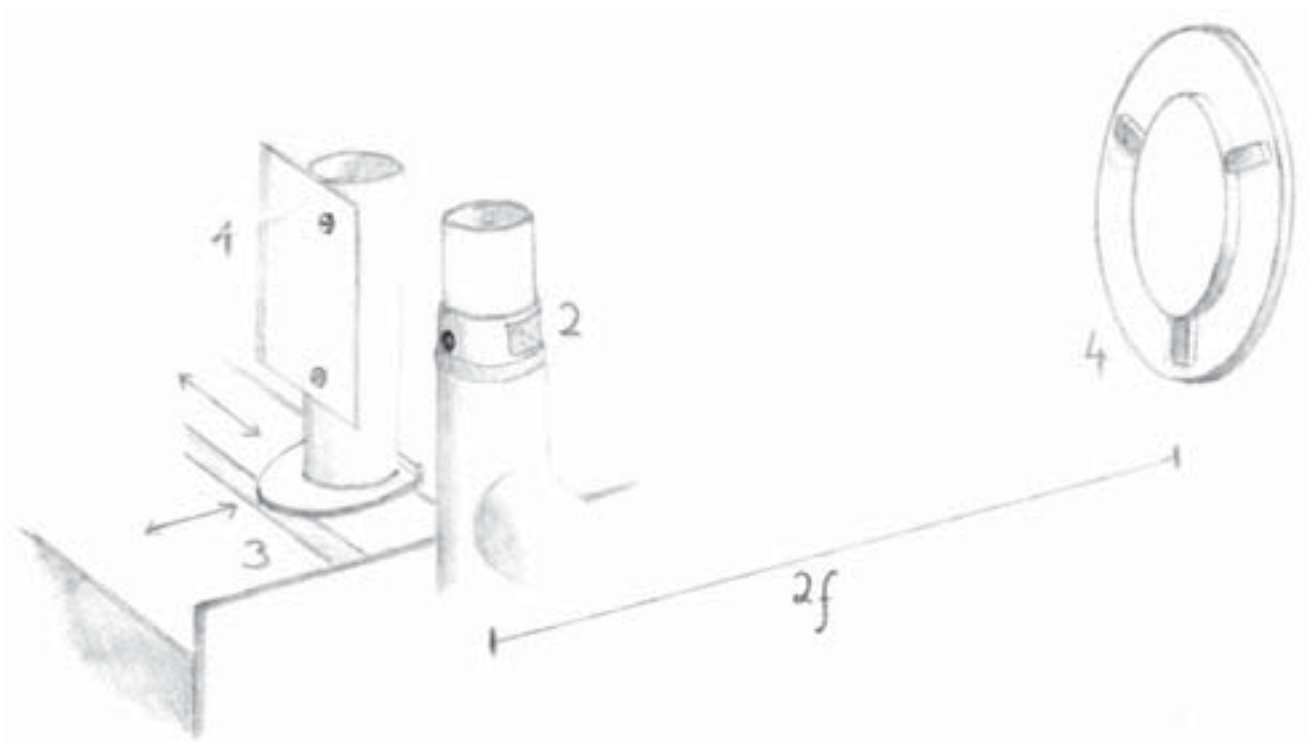


Schattenprobe nach Foucault zum Ausmessen von Teleskopspiegeln



Wettbewerb "Jugend Forscht" 2004

Katja Miller (15 Jahre)

**Arbeitsgemeinschaft "Jugend Forscht"
des Christian-Gymnasiums Hermannsburg
Leitung: StD Thomas Biedermann**

Inhaltsverzeichnis

1	Geschichte	3
2	Bauarten der Teleskope	3
2.1	Refraktoren	3
2.2	Reflektoren	3
2.2.1	Newton-Reflektor	4
2.2.2	Cassegrain-, Gregory-Reflektor	4
2.2.3	Schmidt-Reflektor	5
3	Spiegelformen	5
3.1	Sphärische Spiegel	5
3.2	Parabolische Spiegel	5
4	Schattenprobe nach Foucault	6
4.1	Aufbau des Prüfgerätes	6
4.2	Funktionsweise	7
4.3	Prüfen des Parabolspiegels	8
4.3.1	Tiefenbestimmung	8
4.3.2	Spiegelform	10
5	Eigene Messungen	11
5.1	Spiegelherstellung	11
5.2.1	Optische Beurteilung des Spiegels	12
5.2.2	Optische Beurteilung der Spiegelform	12
5.3.1	Messung der Brennweitendifferenz	12
5.3.2	Auswertung der Messreihen	13
6	Anwenden der Ergebnisse	13
7	Quellen	15
	Danksagung	15
	Anhang	16
I	Herleitung der Brennweite	16
II	Algebraische Bestimmung der Bildweitendifferenz	17
III	Vollständige Messergebnisse zu Kap. 5.3.1	18

1 Geschichte

Der Hohlspiegel wurde bereits in der Antike bei Aristoteles (350 v. C.) erwähnt, doch erst im 17. Jahrhundert begann er auch für die Astronomie an Nutzen zu gewinnen. So fertigte Isaac Newton 1668 die ersten brauchbaren Teleskopspiegel aus Bronze an. Spiegelteleskope hatten gegenüber den zu der Zeit üblichen Refraktoren den Vorteil, dass sie auf Grund der geringeren Brennweite erheblich kürzer waren und keine Farbfehler durch Dispersion aufwiesen. Doch erst zum Ende des 19. Jahrhunderts wurden die bis dahin verwendeten Sphäroiden von den in der Herstellung erheblich komplizierteren, jedoch qualitativ besseren Rotationsparaboloiden abgelöst.

Dazu trug maßgeblich bei, dass Justus Liebig 1835 ein Verfahren entwickelte, mit dem leichter zu bearbeitende Glasspiegel mit einer Silber- und später Aluminiumschicht versehen werden konnten und so Metallspiegel verdrängten, auch wenn diese temperaturunempfindlicher waren. Zudem wurden immer bessere Prüfverfahren wie die 1859 von Foucault entwickelte Schattenprüfmethode entwickelt [7]. Diese beschränkte sich erstmalig nicht nur auf Spiegelzonen und macht mit einer simplen Technik Fehler von bis zu $1/10 \lambda$ sichtbar. [1, 2]

Eben diese Prüfmethode ermöglicht es, Teleskopspiegel, die in der Qualität die meisten käuflichen Spiegel übertreffen, im Eigenbau zu schleifen und zu polieren, was auch das Fernziel meines Projektes ist. Diese Arbeit beschäftigt sich nun aber ausschließlich mit den optischen Eigenschaften von sphärischen und rotationsparabolischen Spiegeln sowie der Schattenmethode nach Foucault, da die gesamte Bearbeitung des Spiegels zu aufwändig geworden wäre.

2 Bauarten der Teleskope

2.1 Refraktoren

Es gibt im Wesentlichen zwei verschiedene Arten von Teleskopen. Bei den Refraktoren wird das einfallende Licht von meist zwei Linsen gebrochen und das entstehende Bild durch ein Okular betrachtet. Das für diese Linsen verwendete optische Glas muss absolut frei von Fehlern sein und die Linse darf eine Größe von ca. 1 m nicht überschreiten, da sonst auf Grund des Eigengewichtes Deformationen auftreten. Außerdem haben Refraktoren wegen des kleinen Öffnungsverhältnisses (Linsendurchmesser : Brennweite) eine sehr große Brennweite, sind nicht sehr lichtstark und die Montierung erfordert besonders hohe Präzision. Ihr größter Nachteil aber ergibt sich aber aus der Dispersion, obwohl inzwischen Linsen ohne Farbfehler hergestellt werden können. Dagegen steht eine hohe Auflösung der Bilder. [3]

2.2 Reflektoren

Alternativ werden Reflektoren verwendet, bei denen das Licht mit einem meist rotationsparabolischen Fangspiegel gebündelt und durch ein System aus Linsen oder Spiegeln und einem Okular betrachtet wird. Solche Teleskope sind wegen der kürzeren Brennweite besonders lichtstark und kompakt. Nachteilig ist eine schlechtere Auflösung als bei vergleichbaren Refraktoren. Die Farbreinheit macht sie für Astrophotographie besonders geeignet.

Allein Teleskopspiegel eignen sich für einen Schliff ohne aufwendige Technik. Denn im Gegensatz zu Linsen muss hier nur eine Fläche bearbeitet werden und kleine Fehler im Innern oder an der Oberfläche des Glases beeinträchtigen die Qualität des Spiegels gar nicht oder nur gering. Zudem verlangen sie keine aufwändige Montierung. Der große Nachteil von Spiegeln liegt jedoch in der Notwendigkeit einer Metallbedampfung um das Optimum an Reflektion zu erreichen. [3]

2.2.1 Newton-Reflektor

Beim Newton-Reflektor wird das Licht an einem rotationsparabolischen Primärspiegel reflektiert und über einen 45° zur optischen Achse stehenden Planspiegel (Sekundärspiegel) zum seitwärts montierten Objektiv gelenkt (siehe Abb. 1).

Der Newton-Reflektor eignet sich für den Eigenbau am besten. Ihn zeichnet vor allem die einfache Montierung aus, da zum Scharfstellen allein der Okularauszug bewegt werden muss. Er liefert zudem sehr helle Bilder, denn das Licht wird bis zum Okular nur an zwei optischen Flächen reflektiert und muss

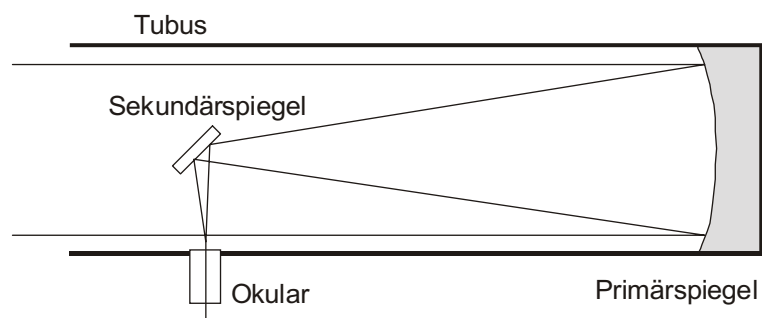


Abb. 1: Newton-Reflektor

keine zusätzlichen Gläser passieren. Diese Eigenschaft macht ein solches Teleskop gerade für „deep-sky“-Objekte wie Galaxien, Nebel und Sternhaufen besonders geeignet. Die Halterung des Fangspiegels führt jedoch zur Ablenkung einiger Lichtstrahlen, was den Kontrast geringfügig verringert und das Teleskop für Planetenbeobachtungen weniger günstig macht.

Ein Newton-Reflektor ist für ein Spiegelteleskop noch relativ lang und die seitliche Lage des Objektivs macht die Verwendung schwerer Zusatzgeräte kompliziert. Durch den offenen Aufbau ist das Teleskop störungsanfällig und die Abbildungsqualität verschlechtert sich mit der Zeit. [3, 4, 5, 6]

2.2.2 Cassegrain-, Gregory-Reflektor

Beim Cassegrain-Reflektor wird das Licht von einem parabolischen Primärspiegel auf einen konvexen Sekundärspiegel geworfen, von dem es durch ein Loch im Fangspiegel, welches die Helligkeit nur unwesentlich mindert, in das dahinter liegende Okular fällt (siehe Abb. 2).

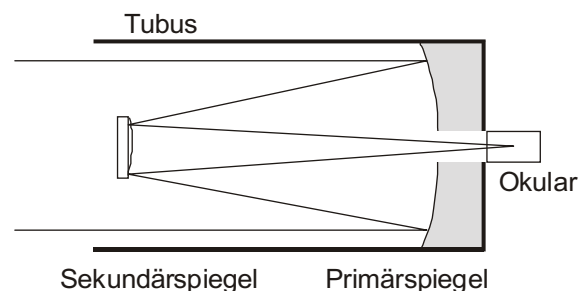


Abb. 2: Cassegrain-Reflektor

Trotz der meist längeren Brennweite sind diese Teleskope durch den gefalteten Strahlengang sehr kompakt

und gut zu bedienen. Für einen Eigenbau sind sie allerdings eher weniger geeignet, weil man das Loch im Hauptspiegel nicht selber bohren kann und der konvexe Sekundärspiegel ebenfalls nicht selbst zu herzustellen ist. Außerdem reagiert das Teleskop sehr empfindlich auf Zentrierungsfehler.

Eine ganz ähnliche Bauweise haben Gregory-Reflektoren. Sie verwenden jedoch statt eines konvexen einen konkaven Sekundärspiegel, was noch längere Brennweiten möglich macht. [3]

2.2.3 Schmidt-Reflektor

Ein Schmidt-Teleskop verwendet einen sphärischen Primärspiegel, in dessen Krümmungsmittelpunkt eine asphärische Korrekturplatte angebracht ist (siehe Abb. 3).

Diese Konstruktion ermöglicht durch den Kugelspiegel eine sehr große Öffnung, was bei rotationsparabolischen Spiegeln nicht möglich ist, weil nur achsenparallel einfallende Strahlen ein scharfes Bild liefern. Damit aber

keine sphärische Aberration (siehe 3.1) auftritt, muss der Strahlengang durch Vergrößerung der Teleskopbrennweite für achsenferne und Verkleinerung für achsennahe Strahlen mit Hilfe der Korrekturplatte verändert werden. [8]

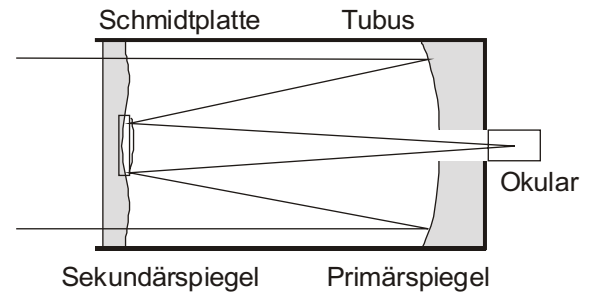


Abb. 3: Schmidt-Cassegrain-Reflektor

Schmidt Teleskope können entweder mit Hilfe einer Fotoplatte in der Bildebene zur Astrofotographie verwendet werden, oder das Bild wird wie beim Cassegrain über einen konvexen Sekundärspiegel hinter dem Tubus betrachtet.

3 Spiegelformen

3.1 Sphärische Spiegel

Ein Sphäroid ist der Ausschnitt einer Kugel. Im zweidimensionalen Koordinatensystem als Kreisabschnitt dargestellt lautet die Funktionsgleichung für den Kreis mit dem Radius R

$$f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$$

Sphärische Spiegel haben die Eigenschaft, alle Strahlen einer sphärischen Wellenfront genau in einem Punkt abzubilden, solange die Lichtquelle nicht näher als die einfache Brennweite (halber Radius) an den Spiegel herankommt. Ist der Lichtpunkt genau im Radius, werden auch die ausfallenden Strahlen dorthin zurückgeworfen. Liegt er in der Brennweite, befindet sich der Bildpunkt im Unendlichen und die reflektierten Strahlen sind parallel. Bei kleinerer Gegenstandsweite gibt es keinen Bildpunkt.

Im Gegensatz zum Paraboloiden kommt es hier jedoch zu sphärischer Aberration, d.h. dass Strahlen der Rand- und Mittelzone eines sphärischen Spiegels oder Objektivs unterschiedlich reflektiert/gebrochen werden, was bei empfindlichen Optiken zu Unschärfen in der Randzone des Bildes führt.

3.2 Parabolische Spiegel

Rotationsparabolische Spiegel haben die Eigenschaft, achsenparallel einfallendes Licht genau in einem Punkt - dem Brennpunkt - abzubilden. Bei jeder sphärischen Wellenfront (z.B. Foucault-Probe) tritt ein Öffnungsfehler auf, der bewirkt, dass die reflektierten Strahlen nicht in einem Punkt vereinigt werden. Das gleiche gilt für parallel, aber schräg zur optischen Achse einfallendes Licht. Dieser Koma genannte Fehler führt ebenfalls zu unterschiedlichen Brennpunkten und bewirkt, dass Sterne der Randzone des Spiegels nicht als Punkt, sondern kometenähnlich als Oval abgebildet werden.

Die Spiegelform entsteht durch Rotation einer Parabel um eine festgelegte Achse. In der mittleren Zone stimmt ein Paraboloid fast genau mit einem sphärischen Spiegel gleicher Brennweite überein. In

den Randzonen ist er dagegen etwas flacher (siehe Abb. 4), aber erst bei größeren Radien wird der Unterschied nennenswert groß, so dass bei kleineren Teleskopen auch ein sphärischer Spiegel fehlerfreie Bilder liefert.

Aus der Steigung a der Parabel lässt sich mit

$$f = \frac{1}{4a}$$

die Brennweite f für alle parallel zur optische Achse einfallenden Strahlen bestimmen. Hiermit lässt sich auch beweisen, dass f in diesem Fall unabhängig von x_1 , also konstant ist. (Herleitung siehe Anhang I)

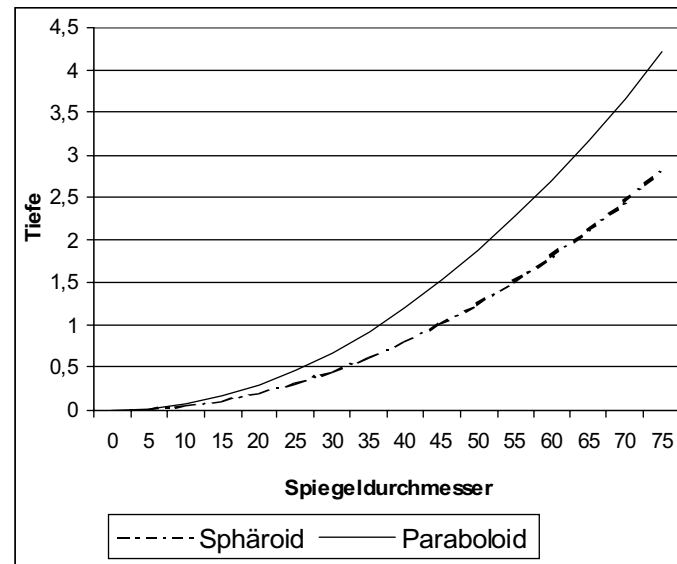


Abb. 4: Vergleich der Spiegeltiefen

4 Schattenprobe nach Foucault

Diese 1859 von dem französischen Physiker Leon Foucault entwickelte so genannte Messerschneide- oder Schattenprüfmethode ermöglicht es, mit einer einfachen Technik kleinste Spiegelfehler sichtbar zu machen.

Dazu wird mit Hilfe einer punktförmigen Lichtquelle ein künstlicher Stern geschaffen, dessen Licht von dem Spiegel reflektiert wird. Dieses trifft sich auf Grund der sphärischen Wellenfront des Lichtes zwar nicht wieder genau in einem Punkt, jedoch genau genug, um durch seitliches Hereinschieben einer Messerschneide in den Bildpunkt einige Strahlen so zu verdecken, dass auf dem Spiegel Schatten entstehen, die die Fehler erkennbar machen. [3]

4.1 Aufbau des Prüfgerätes

Für den Prüfvorgang wird nur eine Halterung für den Spiegel (4), eine punktförmige Lichtquelle (2) und eine in horizontaler wie vertikaler Richtung frei bewegliche Messerschneide (1) benötigt (siehe Abb. 5 u. 6). Die Halterung muss so aufgebaut sein, dass der senkrechte Spiegel leicht gekippt und gedreht werden kann, um den Bildpunkt möglichst nahe der Lichtquelle erscheinen zu lassen. Die Lichtquelle muss genau in doppelter Brennweite des Spiegels angebracht sein, weil der Bildpunkt sich nur dann in derselben Entfernung zum Spiegel befindet. Für die Lichtquelle empfiehlt es sich, zwei verschiedene Blenden zu verwenden: eine größere, die das Auffinden des Bildpunktes erleichtert und eine klei-

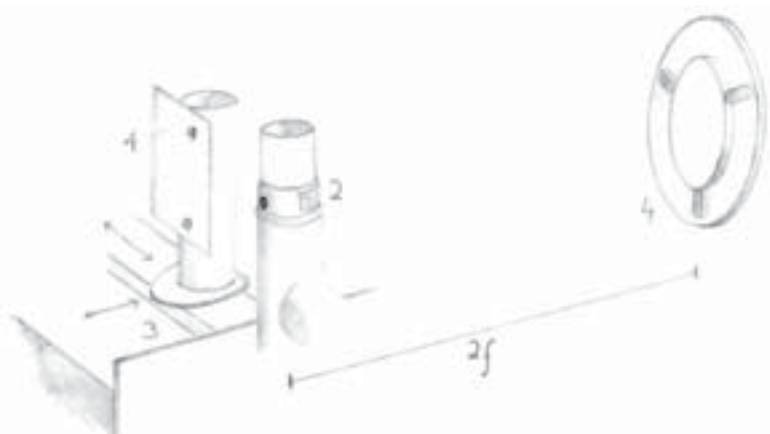


Abb. 5: Aufbauanordnung des Prüfgerätes

ne, am besten ein Nadelstich in Alupapier (siehe Abb. 6), für die punktförmige Lichtquelle. Die von mir verwendete 20 W Halogenlampe hat den Nachteil sich stark zu erhitzen, was lange Beobachtungen erschwert und zu großer Vorsicht zwingt. Dafür ermöglicht sie, dimmbar durch ein Netzteil, eine hohe Helligkeit, die bei sehr kleiner Blende hilfreich ist. Die Messerschneide muss schließlich sehr fein steuerbar sein und nahe an der Lichtquelle stehen. Diese Anforderung erfüllt der verwendete XY-Schreiber (3 in Abb. 5) hervorragend. [3]

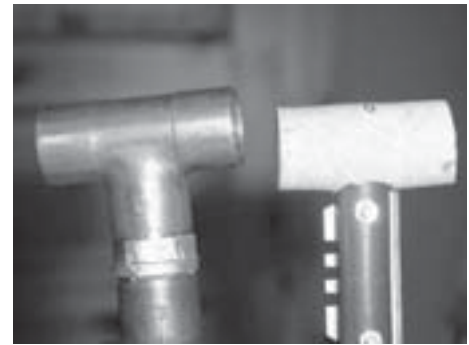


Abb. 6: Beleuchtungseinrichtung und Schneide

4.2 Funktionsweise

Für die Durchführung der Prüfmethode muss der Lichtkegel des künstlichen Sternes so ausgerichtet werden, dass der Spiegel voll ausgeleuchtet ist und der Bildpunkt sich dicht neben der Lichtquelle befindet. Schafft man es, das Auge in den reflektierten Lichtkegel direkt hinter dem Bildpunkt zu bringen, so sieht man den Spiegel, sofern er annähernd sphärisch ist, als gleichmäßig hell erleuchtete Scheibe. Aus dem Bild, welches sich ergibt, wenn die Messerschneide genau in den Bildpunkt geschoben wird, kann man auf die Spiegelform schließen. Für den Fall, dass man eine perfekt punktförmige Lichtquelle und einen absolut fehlerfreien Spiegel prüft, sollte man beobachten, dass der Spiegel sich in dem Moment, da die Messerschneide in den Bildpunkt eintritt, sofort komplett verdunkelt. Tatsächlich wird man aber bei genügen langsamer Bewegung der Messerschneide feststellen können, dass der Spiegel überall gleichmäßig langsam dunkler wird. Dieser Halbschatten wird bei einem sphärischen Spiegel oft als

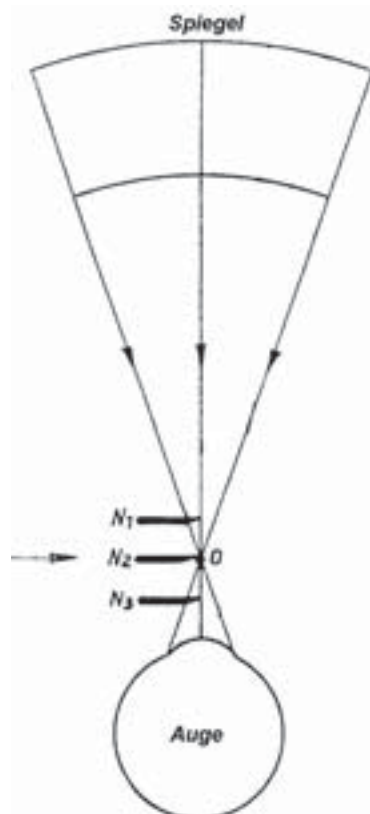


Abb. 8: Strahlengang bei der Schneidenprobe

„Hundekuchen“ (Abb. 7) beschrieben, was auf die kleinen Dellen in der Oberfläche zurückzuführen ist.

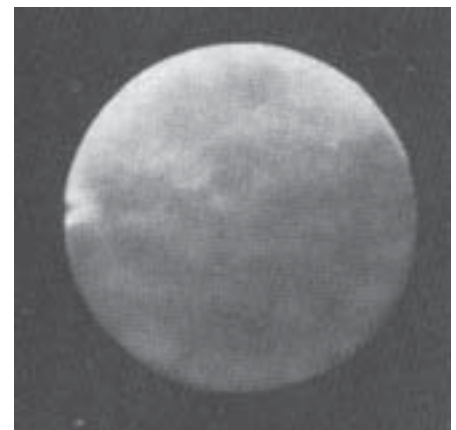


Abb. 7: „Hundekuchen“-Oberfläche

Ist der Spiegel dagegen insgesamt oder zonenweise etwas zu flach, so scheint der Spiegel im Halbschatten der Messerschneide riesige Berge oder Täler aufzuweisen.

Um derartige Bilder des Spiegels zu erhalten, muss man zuerst den Bildpunkt O bestimmen. Dazu schiebt man die Schneide in den Strahlengang und beobachtet die meist deutlich zu erkennende Bewegung des Schattens. Scheint der Schatten aus der gleichen Richtung wie die Messerschneide zu kommen, ist man zu nah am Spiegel, da nun alle Strahlen, die aus der entsprechenden Spiegelhälfte kommen, verdeckt werden (s. Pos. N1 in Abb. 8). Kommt

der Schatten dagegen aus der entgegengesetzten Richtung, so werden die Strahlen der gegenüberliegenden Spiegelhälfte verdeckt und die Messerschneide befindet sich bereits hinter dem Bildpunkt (Pos. N3). Nur wenn nicht zu unterscheiden ist, aus welcher Richtung der Schatten kommt, steht die Schneide (Pos. N2) im Bildpunkt.

Befindet sich nun zum Beispiel in der Mitte des Spiegels ein „Berg“, eine zu hohe Zone, so erscheint die in Richtung der Lichtquelle liegende Seite des Berges heller, weil von hier mehr Lichtstrahlen in das Auge reflektiert werden und die andere Bergseite dunkler, weil die Messerschneide diese verdeckt. [3]

4.3 Prüfen des Parabolspiegels

Der Parabolspiegel erzeugt im Schattenprüfverfahren zunächst das gleiche Bild wie auch ein Hyperboloid, da beide in der mittleren Zone beinahe identisch sind und sich nur in der Tiefe bzw. in der Form ihrer Randzonen unterscheiden: eine charakteristische umlaufende Erhöhung, die im Idealfall ihre höchste Stelle bei etwa $7/10$ des Spiegelradius hat (Abb. 9 u. 10). Einen Hyperboloiden kann man von einem eher parabolischen Spiegel nur durch seine fast komplett dunkel erscheinende Mitte unterscheiden.

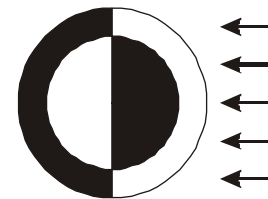


Abb. 9: Bild des Parabolspiegels (schematisch)

Ob ein parabolisch erscheinender Spiegel aber insgesamt eher sphärisch, hyperbolisch oder auch genau parabolisch ist, lässt sich nur durch Messung der Brennweiten unterschiedlicher Spiegelzonen feststellen. Die Differenz der Brennweiten von Randzone und Mitte lässt die Spiegeltiefe ermitteln. [3]

4.3.1 Tiefenbestimmung

Um die Tiefe des Spiegels zu ermitteln benötigt man deren Abhängigkeit von einem messbaren Wert, z.B. der Bildweite. Diese Abhängigkeit ergibt sich am einfachsten unter Verwendung einer geometrischen Bildpunktbestimmung, welche mit der Definition der Parabel als Ortslinie arbeitet. D.h. eine Parabel ist die Menge aller Punkte, welche von einer festen Geraden ℓ und einem festen Punkt F den gleichen Abstand haben. (Abb. 11)

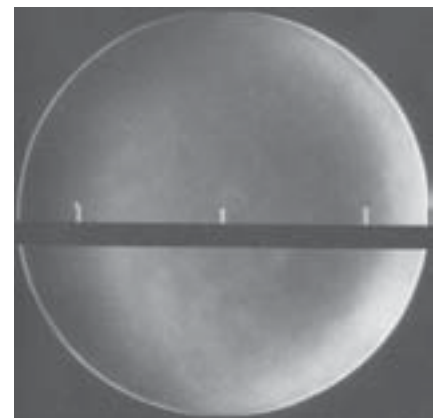


Abb. 10: Bild eines auspolierten Parabolspiegels

Den Bildpunkt der Parabel, also den Punkt, an dem sich alle parallel einfallenden Strahlen treffen, erhält man durch folgende Überlegung:

Der Winkel β , den jeder achsenparallel an dem Punkt P einfallende Strahl q mit der Tangente t an diesem Punkt einschließt, ist der Scheitelwinkel zu β' , damit ist

$$\beta = \beta'.$$

Aus

$$\begin{aligned} t &\perp \overline{FA} \\ \overline{FP} &= \overline{PA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s &= 2y \\
 s &= 2ax_1^2 \\
 s &= \frac{r^2}{2f} \quad (1)
 \end{aligned}$$

Für meinen Spiegel mit einer Brennweite f von 997,5 mm und einem Radius von 75 mm heißt das, dass die Bildweitendifferenz zwischen äußerer und innerer Spiegelzone 2,82 mm betragen muss, damit der Spiegel parabolisch ist. Ist sie kleiner, ist der Spiegel eher sphärisch, ist sie größer, ist der Spiegel bereits hyperbolisch. [3]

Dass der Fehler, der bei der Annahme entsteht, einfallender und reflektierter Strahl seien parallel, tatsächlich nicht relevant ist, zeigt sich bei einem Vergleich mit einer komplett algebraischen Differenzbestimmung (siehe Anhang II). Der Fehler liegt bei meinem Spiegel nur bei 2 μm , wo schon die Messung der Zonenbildweite mit einem Fehler kleiner als einem Millimeter einiger Übung bedarf.

4.3.2 Spiegelform

Um zu prüfen, ob der Spiegel nicht nur in seiner mittleren Zone und seiner Randzone parabolische Eigenschaften hat, sondern auch der Übergang entsprechend ist, kann man die Messung der Bildweiten auch für alle anderen Spiegelzonen durchführen. Bei einem kleineren Spiegel reicht jedoch auch das erhaltene Bild aus. Der sichtbare umlaufende „Berg“ muss genau im Bereich 7/10 des Spiegelradius verlaufen. Tut er dies, muss der Spiegel vollends parabolisch sein.

Warum der Übergang zwischen Licht und Schatten genau in dieser Zone liegen muss, erklärt sich, wenn man bedenkt, dass der Strahl (in der Theorie) von diesem Punkt r^* genau auf die Kante der Schneide trifft. Alle anderen Strahlen gehen entweder ungehindert vorbei oder werden abgeblendet. Da diese Schneide genau in der mittleren Bildweite stehen sollte, können wir davon ausgehen, dass in diesem Fall die Bildweitendifferenz s^* die Hälfte der maximalen Differenz ist.

$$s^* = \frac{s_{\max}}{2}$$

Da für s_{\max} die Beziehung nach Glg. (1) gilt, erhält man für s^*

$$s^* = \frac{r_{\max}^2}{4f}$$

Damit gilt auch

$$\frac{r^{*2}}{2f} = \frac{r_{\max}^2}{4f}$$

Durch Auflösen nach r^* lautet der gesuchte Wert [3] wie folgt

$$\begin{aligned}
 r^* &= \frac{r_{\max}}{\sqrt{2}} \\
 r^* &= \frac{\sqrt{2}}{2} * r_{\max} \\
 r^* &\approx 0,707 * r_{\max}
 \end{aligned}$$

5 Eigene Messungen

5.1 Spiegelherstellung

Der zu prüfende Spiegel wurde bei der Firma LINOS nach einer früher üblichen und heute noch zu Lehrzwecken verwendeten Methode von Hand gearbeitet. Der Spiegelrohling besteht aus Zerodur, einer besonderen Glassorte, die sich vor allem durch einen extrem niedrigen thermischen Ausdehnungskoeffizienten, hohe Stabilität und Qualität auszeichnet [10]. Mit einem Durchmesser von 155 mm hat der Spiegel eine für einen Anfänger gut zu bearbeitende Größe, denn er liefert bei genauem Schliff schöne Bilder, was bei jedem größeren Spiegel eine erheblich größere Genauigkeit verlangt.

Je kleiner das Öffnungsverhältnis ist, desto weniger genau muss der Spiegel gearbeitet sein. Bei größeren Öffnungen erhält man zwar ein sehr viel helleres Bild, doch sind bei diesem Spiegel dann kleine Restfehler noch sehr störend. Am günstigsten sind Öffnungsverhältnisse zwischen 1:6 und 1:10. Mit 997 mm Brennweite hat der hier verwendete Spiegel ein Öffnungsverhältnis von 1:6,5 und ist somit relativ lichtstark.

Bei dem Schleifen wird mit Wasser angerührtes Schleifmittel auf eine rotierende, plane Glasscheibe (1) aufgebracht, die sich im Laufe des Schleifens der Spiegelform anpasst. Der Spiegel selbst (2) wird auf dieser Scheibe mit Hilfe eines Schwenkarmes (3) unter ständigem Druck bewegt. (siehe Abb. 12)

Die Form des Spiegels wird dabei bestimmt durch die Länge a des Armes. Liegen die Mittelpunkte des Spiegels und seines Gegenstückes nahe beieinander, werden hauptsächlich die Randzonen vom Schleifmittel angegriffen. Liegt der Mittelpunkt des Spiegels dagegen weiter außen, wird die Mitte ausgeschliffen. Ebenso verhält es sich mit der Strichlänge s :

Kurze Striche führen zu einer Abtragung der Randzone, lange zu einer Abtragung in der Mitte.

Der Schleifvorgang wird nach Grobschliff, Feinschliff und Polieren unterteilt. Der Grobschliff gibt dem Spiegel seine ungefähre Form und Tiefe. Beim Feinschliff wird diese Form nun soweit korrigiert, dass der Spiegel eine annähernd sphärische Form hat. Dabei wird die beim Grobschliff verwendete Korngröße von $150\ \mu\text{m}$ beim Feinschliff allmählich auf etwa $4\ \mu\text{m}$ reduziert. Beim Polieren wird eine Korngröße von ungefähr $2\ \mu\text{m}$ verwendet. Hierbei wird die Spiegeloberfläche geglättet und gegebenenfalls so vertieft, dass ein Paraboloid entsteht. Außerdem müssen jegliche Kratzer oder aufgebrochene Luftblasen ausgeschliffen werden. Zum Prüfen des Spiegels wird zuerst eine Prüfuhr verwendet, die anzeigt, wie tief der Spiegel ist. Zur genaueren Formbestimmung dient dann ein Prüfglas, dessen Oberfläche der Ausschnitt einer Kugel mit genau dem gewünschten Radius ist. Wird das Prüfglas auf die gereinigte Spiegeloberfläche gelegt, so sind alle Abweichungen der Spiegeloberfläche vom Prüfglas als Interferenzstreifen zu sehen. Für die Politur des Spiegels ist dann letztendlich ein Interferometer oder eben die Schattenmethode nötig.

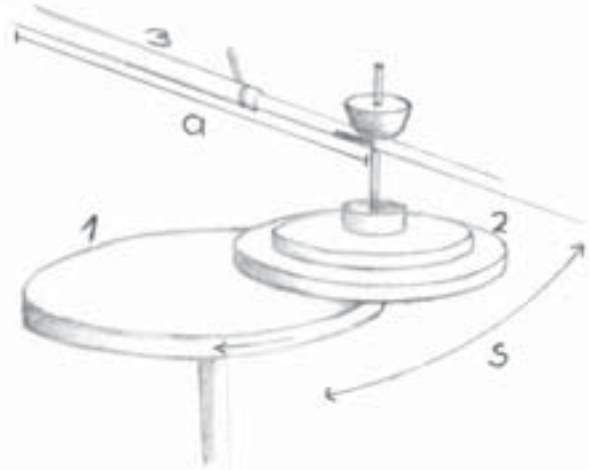


Abb. 12: Schleifen eines Spiegels am Drehtisch

5.2.1 Optische Beurteilung des Spiegels

Die reine Betrachtung der gewonnenen Bilder mit Hilfe der Schattenprobe liefert schon viele wichtige Informationen über den Spiegel. Auf dem Foto des Spiegels (Abb. 13) kann man bei richtiger Schneidenebene und mit dem Wissen, dass die Lichtquelle sich rechts von der Schneide befindet, gut erkennen, dass der Spiegel einen umlaufenden Zentralberg hat. Der Spiegel scheint also *annähernd* parabolisch zu sein (vergl. Abb. 9 und 10). Er kann aber entweder eine Tendenz zum Sphäroiden oder zum Hyperboloiden aufweisen.

Der umlaufende sehr helle Streifen am Rand des Spiegels ist eine abgesunkene Kante, die aber in diesem Fall beabsichtigt ist. Der Spiegelrand wurde nach dem Feinschliff mit einer Fase versehen, um eine scharfe Kante und eventuelles Splintern des Glases zu vermeiden. Diese Fase muss vor Gebrauch des Spiegels überdeckt werden um Streulicht zu verhindern.

Der Schatten auf dem Spiegel kommt auf dem Foto nicht exakt von der Seite, sondern leicht schräg von unten, was an der unterschiedlichen Höhe von Lampe und Messerschneide liegt.

Außerdem zeigen sich im oberen und unteren Teil des Bildes von der Mitte ausgehende regelmäßige dunkle Streifen, die aber keine Deformation des Spiegels darstellen, wie sich durch Drehen des Spiegels beweisen lässt, sondern durch Beugungserscheinungen am Prüfgerät entstehen. Die Spiegeldeformationen müssten sich mit dem Spiegel mitdrehen und nicht - wie in diesem Fall - bei jeder Spiegelposition an der gleichen Stelle auftreten. Die genaue Ursache der Beugungserscheinungen ist ohne Weiteres aber nicht zu klären.

Zuletzt sind in der erleuchteten Zone des Spiegels leichte Dellen zu erkennen, welche sich über den gesamten Spiegel erstrecken dürften. Diese Dellen sind zwar minimal, müssen aber um einen leistungsfähigen Spiegel zu erhalten, auspoliert werden.

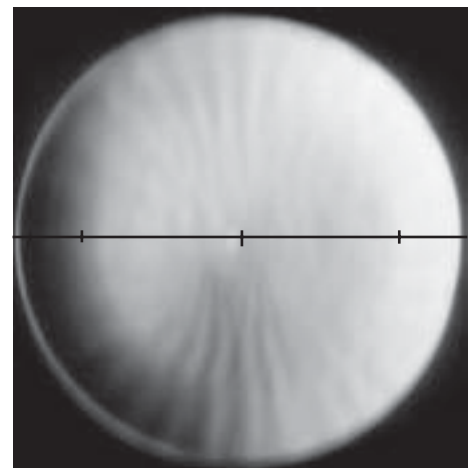


Abb. 13: Schattenprobe am selbst geschliffenen Spiegel

5.2.2 Optische Beurteilung der Spiegelform

Nach der unter 4.3.2 beschriebenen Methode lässt sich nun relativ gut auf die Form des Spiegels schließen. Dazu kann man entweder auf dem Spiegel Markierungen bei $7/10$ des Spiegelradius anbringen und beim Betrachten nach der Foucault-Methode die Lage der höchsten Stelle überprüfen, oder man verwendet zu diesem Zweck ein Foto. In Abb. 13 sieht man anhand der eingezeichneten Skala deutlich, dass die höchste Stelle des Berges an der gewünschten Stelle liegt. Damit ist klar, dass der Spiegel tatsächlich parabolisch ist.

5.3.1 Messung der Brennweitendifferenz

Um nun aber die genaue Form des Spiegels zu bestimmen, aus der sich dann die folgenden Arbeitsschritte ergeben, ist es notwendig, die Bildweiten der verschiedenen Spiegelzonen zu bestimmen (siehe 3.4.1). Dafür werden Masken verwendet, die über den Spiegel gelegt werden und jeweils nur eine bestimmte Spiegelzone freigeben. Die Aufteilung der Zonen ist der Tab. 1 zu entnehmen. Dabei ist zu

bemerken, dass die äußere Zone nicht bis an den Rand des Spiegels reicht, da sich an der Fase das Licht bricht und störende Reflektionen hervorruft.

Die Ergebnisse (Mittelwert) sind zusammengestellt aus den Werten von zwei Messreihen (genaue Werte siehe Anhang III, Tab. 3), wobei für jede Zone jeweils zwei Messungen vorgenommen wurden um Fehler zu vermeiden. Die Werte geben dabei jeweils die Abweichung von dem Mittelwert für die Zone 4, d.h. des Spiegelzentrums an. Die absolute Brennweite wurde nicht bestimmt, da die Messungen zu ungenau würden.

5.3.2 Auswertung der Messreihen

Zur Auswertung der gewonnenen Ergebnisse benötigt man die Werte, die die Messung nach der Gleichung (1) im Idealfall liefern muss (siehe Tab. 1). Aus der Abweichung der Messwerte von diesen Idealwerten (siehe „Differenz“) lassen sich die Spiegelfehler bestimmen.

Zone	Zonenradius	Mittelwert	Idealwert	Differenz
1	6,0 - 7,0	-3,53	-2,76	0,77
2	4,1 - 6,0	-2,13	-1,22	0,91
3	2,2 - 4,1	-0,13	-0,44	-0,32
4	0 - 2,2	0,00	0,00	0,00

(alle Werte in mm)

Tab. 1: Messergebnisse der Brennweitenmessung

Die Messergebnisse (siehe Abb. 14) zeigen, dass die Bildweite in Zone 3 bezogen auf die Mitte zu lang ist, somit ist der Spiegel hier tiefer als erwünscht. In den beiden äußeren Zonen dagegen ist die Bildweite zu kurz, also ist der Spiegel dort zu hoch. Damit lässt sich sagen, dass der Spiegel insgesamt eher hyperbolisch als parabolisch ist. Betrachtet man nun die Differenzen der Messwerte zu den Idealwerten im Diagramm, so sieht man aber, dass die Abweichung der Bildweite in der äußeren Zone größer ist als in der Zone 2, was bedeutet, dass der Spiegel eine zu flache Randzone hat.

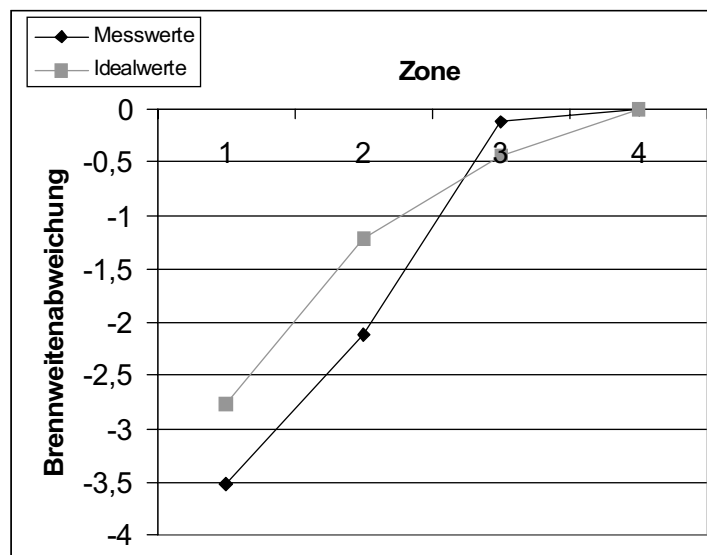


Abb. 14: Graphische Darstellung der Abweichungen vom Idealwert

6 Anwenden der Ergebnisse

Man kann also festhalten, dass mein Spiegel eine Parabelform mit Tendenz zum Hyperboloid aufweist und nicht gleichmäßig genug ist. Während die Mitte nicht weiter ausgeschliffen werden darf, müssen die Randzonen flacher werden. Besonders die Zone 2 ist zu hoch, während Zone 1 weniger bearbeitet werden muss. Um dieses Ziel zu erreichen, ist es zuerst nötig den gesamten Randbereich abzuflachen, sodass die inneren Zonen eine Parabelform zeigen. Um auch die äußerste Zone auszugleichen muss der ganze restliche Spiegel insgesamt noch tiefer werden.

Praktisch bedeutet das, dass der Spiegel schon zu weit ausgeschliffen wurde, aber die Abweichung ist nicht so groß, dass es nötig wäre, erneut mit dem Feinschliff zu beginnen. Es genügt mit normalem Poliermittel weiterzuarbeiten.

Der im Folgenden verwendete Handschliff unterscheidet sich von dem am Drehtisch insofern, dass die Drehung des Schleiftellers und die des Spiegels von Hand gemacht werden müssen. Beim Handschliff wird der Spiegel mit beiden Händen unter Druck über das Gegenstück des Spiegels vor und zurückbewegt und dabei ständig leicht in eine Richtung gedreht. Zusätzlich wird nach jeweils 5 – 10 solcher Striche ein kleiner Schritt in die entgegengesetzte Richtung gemacht und so erreicht, dass der Spiegel an allen Stellen gleichmäßig ausgeschliffen wird. Die Striche laufen normalerweise über die Mitte des Gegenstückes, können aber ab und zu um einige Zentimeter nach rechts und nach links verschoben werden. Die Strichlänge sollte etwa ein Drittel des Spiegelradius betragen.

Das Polieren unterscheidet sich vom Schleifen vor allem durch die auf das Gegenstück aufgetragene Pechhaut. Diese bewirkt, dass die einzelnen Partikel des Poliermittels alle so tief in das Pech einsinken, dass sie etwa gleichweit hervorstehen. So können größere oder zusammenklumpende Körnchen keine Kratzer verursachen. Zudem wird das Glas beim Polieren nicht wie beim Schleifen abgetragen, indem kleine Glassplitter herausgedrückt werden, sondern indem die Partikel in das Glas „schneiden“, also minimale Kratzer verursachen. Außerdem erwärmt sich der Spiegel beim Polieren merklich, was daher rührt, dass sich die äußeren Molekülschichten des Glases erwärmen und zu fließen beginnen. So werden alle kleinen Unebenheiten verschmiert und die gewünschte glatte Oberfläche entsteht. Ein weiterer Unterschied zum Schleifen ist eine langsamere Spiegelbewegung, die jetzt ohne Druck ausgeführt werden soll, um das Pech nicht zu sehr zu erwärmen, was Deformationen hervorrufen würde. Das Eigengewicht des Spiegels genügt. [3]

Um in meinem Fall von der zu tiefen Form wegzukommen, müssen die Striche besonders kurz sein, um nur in den Randzonen einen Abtrag zu erzielen. Verschwindet die Hyperbelform auf diese Weise aber nicht, gibt es mehrere weitere Methoden den Spiegel flacher zu bekommen. Zum einen kann man ein sternförmiges Parafin- oder Pergamentpapier in die Mitte des Pechs eindrücken, sodass das Poliermittel den Spiegel dort für eine Weile nicht mehr angreift, oder man schneidet eine nach außen auslaufende Spirale in das Pech, sodass die mittlere Zone weniger bearbeitet wird. Bei der radikalsten Methode, die meist einen zu flachen Rand hervorruft und daher nicht zu empfehlen ist, werden der Spiegel und sein Gegenstück vertauscht.

Gelangt der Spiegel so zu seiner parabolischen Form zurück, muss er noch weiter bearbeitet werden, bis er wirklich auspoliert ist. Um Unebenheiten auszugleichen wird neben dem normalen Polierstrich nun zusätzlich seitlich nach rechts und links verschoben poliert. Es ist auch möglich eine sternförmige oder spiralförmige Bewegung um den Mittelpunkt auszuführen.

Dies wird so lange fortgeführt, bis das Bild der Foucault-Probe keine Unebenheiten mehr zeigt und auch bei einer Sichtkontrolle in hellem Licht der Spiegel bis zum Rand glänzend und ohne Kratzer erscheint. Eine nahezu perfekte Spiegeloberfläche zeigt sich darin, dass sie alles von einem Brennglas auf die Randzone geworfene Sonnenlicht „schluckt“. Eine schlechte Oberfläche scheint zu flimmern und kleinste Fehler werden so sichtbar. Doch für eine gute Bildqualität des Teleskopspiegels ist vor allem seine Form entscheidend. Auch bei einer schlechten Oberfläche erhält man relativ gute Bilder, während eine unzulängliche Spiegelform auch bei auspolierter Oberfläche immer mangelhafte Bilder liefert. [3]

7 Quellen

- [1] A. Sonnefeld: Der Hohlspiegel, Berliner Union, Stuttgart 1954
- [2] D.D. Maksutow: Technologie der astronomischen Optik, VEB Verlag Technik, Berlin 1954
- [3] Hans Rohr: Das Fernrohr für Jedermann, Orell Füssli Verlag, Zürich 1972
- [4] <http://www.astro-pur.de/teleskop.html>
- [5] <http://www.schiller.og.schule-bw.de/projekte/astro/newton.htm>
- [6] <http://www.astrokatalog.de/Strahlengang%20Newton.htm>
- [7] http://www.schott.com/magazine/german/info98/si098_03_astronomy.html
- [8] <http://www.hs.uni-hamburg.de/DE/Oef/Stw/schmidt/index.html>
- [9] Siebert: Mathematische Formeln, Klett Verlag, Stuttgart 1968
- [10] http://www.schott.com/optics_devices/german/products/zerodur/

Danksagung

Ich möchte mich für die viele Unterstützung, die ich bei meinem Projekt erhalten habe, bei allen ganz herzlich bedanken. Zuerst bei meinem Vater, der mir die Arbeit durch den Bau der Spiegelhalterung und des Schleiftisches erheblich erleichtert hat und meiner Mutter, die mit mir sehr ernüchternde Stunden mit einer Kamera vor dem Prüfgerät verbracht und mich immer wieder überredet hat, es noch mal zu versuchen. Dann einen ganz besonderen Dank an die Firmen SCHOTT und LINOS, die mir Glasrohlinge und Schleifmaterial zur Verfügung gestellt haben, und natürlich für die Möglichkeit bei LINOS ein zweiwöchiges sehr informatives und hilfreiches Praktikum zu machen und in dieser Zeit meinen ersten Spiegel zu schleifen.

Der größte Dank geht aber an meinen Betreuungslehrer Thomas Biedermann, der unglaublich viel Zeit nicht nur in dieses Projekt investiert hat und ohne den ich zwischendurch sicherlich aufgegeben hätte.

Anhang

I Herleitung der Brennweite

Alle achsenparallel einfallenden Strahlen, die an der Parabel $f(x) = ax^2$ reflektiert werden, treffen sich im Brennpunkt b . Das Einfallslot der Strahlen ist die Senkrechte zu der Tangente an x_1 . Die Steigung der Tangente ergibt sich aus der 1. Ableitung der Funktion.

$$m_t = f'(x_1) = 2ax_1$$

Die Gleichung der Tangente an x_1 lautet damit

$$y_t = 2ax_1x + ax_1^2 - 2ax_1$$

Für den von der Tangente und der X-Achse eingeschlossenen Winkel φ gilt

$$\varphi = \arctan(m_t)$$

Der Winkel α ist gleich dem Winkel φ ,

$$\alpha = \arctan(m_t)$$

und der von dem einfallenden Strahl und dem reflektierten Strahl r eingeschlossene Winkel ist gleich 2α .

Daher lautet die Funktionsgleichung von r

$$y_r = -\cot 2\alpha \cdot x_1 + f$$

wobei die Brennweite $f = b$ gesucht ist.

Für $\cot 2\alpha$ ergibt sich laut Formelsammlung [9]

$$\cot 2\alpha = \frac{\cot \alpha - \tan \alpha}{2} = \frac{1}{2} \frac{1 - \tan^2 \alpha}{\tan \alpha}$$

Entsprechend der Tangentensteigung $m_t = 2ax_1$ ist

$$\tan \alpha = 2ax_1$$

Durch Einsetzen in die Funktionsgleichung von r und Auflösen nach b erhält man für die Brennweite

$$f = \frac{1}{4a}$$

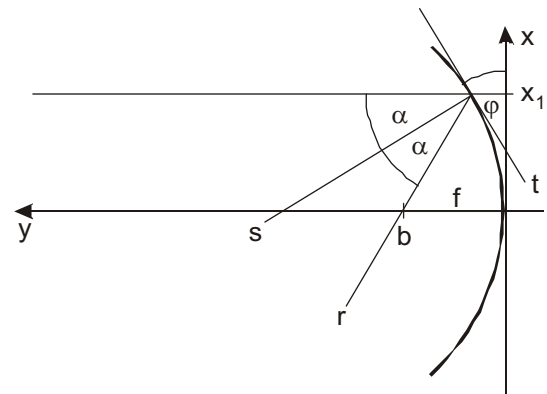


Abb. 15: Brennpunktbestimmung eines Parabolspiegels bei parallel einfallenden Lichtstrahlen

II Algebraische Bestimmung der Bildweitendifferenz

Für die Berechnung der Bildweitendifferenz betrachten wir einen beliebigen von der Lichtquelle Q ausgehenden Punkt, der an der Stelle x_1 die Parabel schneidet. Die Tangentensteigung m_t an dieser Stelle ergibt sich über die erste Ableitung der Parabelfunktion zu

$$m_t = 2ax_1$$

Das Einfallslot ist die Senkrechte s auf der Tangente t an der Stelle x_1 . Damit ist deren Steigung m_s

$$m_s = -\frac{1}{m_t} = -\frac{1}{2ax_1}$$

Die Gleichung des einfallenden Strahles

$$q(x) = m_q \cdot x + b_q$$

führt durch Einsetzen und Auflösen nach m_q zu

$$ax_1^2 = m_q \cdot x_1 + b_q$$

$$m_q = ax_1 - \frac{b_q}{x_1}$$

Da $b_q = 2f$, also doppelte Brennweite ist, und $f = 1/4 a$ ergibt sich so

$$m_q = ax_1 - \frac{1}{2ax_1}$$

Um die Steigung m_b des reflektierten Strahls zu erhalten, benötigt man zuerst die Winkel α und β

$$\alpha = \arctan(m_q)$$

$$\beta = \arctan(m_s)$$

Den für die Steigung von β nötigen Winkel δ bekommt man mit

$$\delta = \alpha - 2\gamma$$

$$\delta = \alpha - 2(\alpha - \beta)$$

$$\delta = \alpha - 2\alpha + 2\beta$$

$$\delta = -\alpha + 2\beta$$

Der Tangens von δ ist nun die Steigung m_b .

$$m_b = \tan(2\beta - \alpha)$$

Der Schnittpunkt b_b des Strahls b mit der y -Achse ist also (vergl. q) entsprechend der Funktion von b

$$ax_1^2 = m_b \cdot x_1 + b_b$$

$$b_b = ax_1^2 - m_b \cdot x_1$$

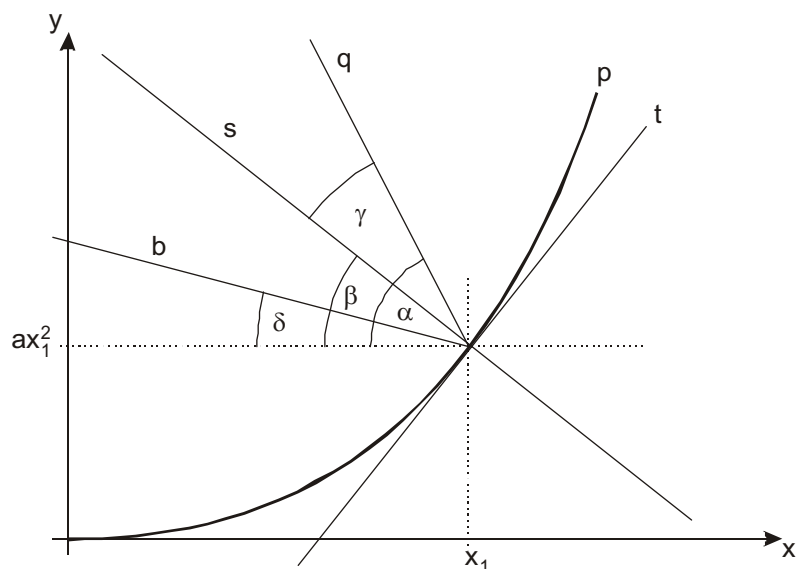


Abb. 15: Bildpunktbestimmung

Ersetzt man m_b durch die oben erhaltenen Größen kommt man auf folgende Gleichung:

$$b_b = ax_1^2 - x_1 \cdot \tan\left(2 \arctan\left(-\frac{1}{2ax_1}\right) - \arctan\left(ax_1 - \frac{1}{2ax_1}\right)\right)$$

Die Bildweitendifferenz ist nun die Differenz der Werte für $x_1 = 0$ und $x_1 = r_{\max}$.

Es ist eindeutig zu erkennen, um wie viel einfacher die mit der geometrischen Methode erhaltene Gleichung ist. Tabelle 2 zeigt die Berechnung der absoluten Bildweite b_b auf algebraischem Wege und die Abweichung von der idealen Bildweite für achsennahe Strahlen im Vergleich zum geometrischen Lösungsweg (alle Angaben im Millimetern).

x1	b _b	Abweichung	
		algebraisch	geometrisch
0,01	1995,000000	0,000000000	0,000000050
10	1995,050126	0,050125923	0,050125313
20	1995,200511	0,200511308	0,200501253
30	1995,451179	0,451178806	0,451127820
40	1995,802166	0,802166198	0,802005013
50	1996,253526	1,253526381	1,253132832
60	1996,805327	1,805327364	1,804511278
70	1997,457652	2,457652267	2,456140351
75	1997,821541	2,821541297	2,819548872

Tab. 2: Vergleich der algebraischen mit der geometrischen Bildpunktbestimmung

III Vollständige Messergebnisse zu Kap. 5.3.1

Zone	Messung 1		Messung 2		Mittelwert	Idealwert	Differenz
	Wert 1	Wert 2	Wert 1	Wert 2			
1	-2,4	-1,8	0,7	0,7	-3,525	-2,76	0,765
2	-0,9	-0,3	1,8	2,2	-2,125	-1,22	0,905
3	0,8	1,8	3,9	4,3	-0,125	-0,44	-0,315
4	1	1,7	4,6	4	0	0	0

(alle Werte in mm)

Tab. 3